

Stochastische Strukturmechanik - Entwicklungen und Perspektiven -

Schueller, Gerhart I.

Veröffentlicht in:
Jahrbuch 1991 der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.189-205



Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

Stochastische Strukturmechanik

– Entwicklungen und Perspektiven –

Von **Gerhart I. Schuëller**, Universität Innsbruck

1. Einleitung

Die modernen Entwicklungen in der Strukturmechanik konzentrieren sich zunehmend auf eine realistische Modellierung der Belastungs-, Struktur- und Werkstoffparameter. Dies beinhaltet zwangsläufig die Berücksichtigung der statistischen Unsicherheiten, die in vielen Problemen der Strukturmechanik eine dominante Rolle spielen. So können z. B. Wind-, Wellen- und Erdbebenlasten realistisch nur unter Berücksichtigung statistischer Streuungen, und folglich durch stochastische Prozesse beschrieben werden. Die *Stochastik* beinhaltet die analytischen Verfahren der Statistik – sozusagen den theoretischen Überbau – und beschreibt zufällige Ereignisse mit Hilfe des Begriffes der Wahrscheinlichkeit.

Es ist allgemein bekannt, daß man mit einer deterministischen Analyse selektiv nur einen Teil der jeweils vorhandenen Informationen über die entsprechenden Parameter benutzt. Je nach Parametertyp wählt man sozusagen intuitiv bestimmte Werte, z. B. extrem hohe, d. h. „maximale“ Werte für Lasten, kleine, d. h. „minimale“ Werte für Festigkeiten und Mittel- bzw. Durchschnittswerte für geometrische Parameter oder E-Modul, etc. Folglich können die modernen Methoden der Strukturmechanik im Zusammenhang mit der *Informationsverarbeitung* gesehen werden, wobei, unter Verwendung des jeweils anzuwendenden mechanischen Modells, das gesamte Spektrum, also die Gesamtheit aller möglichen Werte der entsprechenden Parameter Verwendung findet. Diese, wohl realistische Beschreibung der Parameter erfolgt günstigerweise durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Dies erfordert zum einen die Entwicklung neuer Konzepte für mechanische Problemstellungen und andererseits neue, effiziente numerische Berechnungsverfahren. Eine solche Vorgehensweise hat auch den Vorteil, daß Belastungs-, Struktur- und Sicherheitsanalyse zumindest näherungsweise mit gleichem Genauigkeitsanspruch durchgeführt werden können. Im allgemeinen trifft dies für die deterministische Analyse nicht zu. Dabei ist wichtig darauf hinzuweisen, daß jeweils nur *ein* physikalisches Problem vorliegt, wobei die sogenannte „deterministische“ die vereinfachte Lösung darstellt.

Durch den erhöhten theoretischen und numerischen Aufwand, der durch diese realistischere, stochastische Betrachtungsweise betrieben werden muß, erhält man nun eine *quantitative* Information über die Zuverlässigkeit bzw. das Versagensrisiko der jeweils untersuchten Struktur. Durch die Quantifizierung der Zuverlässigkeit sind sodann die Voraussetzungen für die Erlangung eines einheitlichen Sicherheitsniveaus sowie für eine realistische Optimierung im Hinblick auf Kosten und Zuverlässigkeit gegeben. Es wird nur allzu häufig übersehen, daß diese Möglichkeit mit den herkömm-

lichen deterministischen Methoden – wo lediglich punktweise überprüft wird, ob ein bestimmter auftretender Wert nicht einen „zulässigen“ überschreitet – nicht besteht. Diese Verfahren berücksichtigen die erwähnten Unsicherheiten jedoch sozusagen indirekt mit Hilfe eines sog. globalen Sicherheitsfaktors, der im allgemeinen auf Erfahrungswerten beruht. Mit anderen Worten, im herkömmlichen Bemessungskonzept reflektiert der großteils empirisch festgelegte Sicherheitsfaktor im gewissen Sinne, sozusagen intuitiv, die Unsicherheiten der Last-, Modell- und Festigkeitsannahmen.

In Anbetracht der kürzlich in der EG eingeführten *Produkthaftung* gewinnt die Quantifizierung der Zuverlässigkeit von Strukturen und mechanischen Komponenten zunehmend an Bedeutung. Die hier angesprochene Fragestellung betrifft nicht nur das Bauwesen, sondern auch andere Gebiete wie Luft- und Raumfahrt, Meerestechnik, Maschinenbau, Verfahrenstechnik, Nukleartechnik, Fahrzeugtechnik, etc. Dies bedingt die Entwicklung von Verfahren, die auch in der Praxis leicht anwendbar sind. Zweifels- ohne kann dies nur mit einer entsprechenden Software erreicht werden. Das Fehlen von anwenderfreundlichen, computergerechten Berechnungsverfahren ist eines der Haupt- hindernisse für die allgemeine Akzeptanz und Verwendung der stochastischen Struktur- analyse und Bemessungsverfahren. In diesem Zusammenhang sei auf die allgemeine Akzeptanz der Methode der Enditen Elemente in den sechziger Jahren hingewiesen, die mit der Entwicklung der entsprechenden Software signifikant zunahm.

2. Historische Entwicklung

Erste Ansätze die Eingangsparameter, wie z. B. Lasten und Festigkeiten realistisch, d.h. unter Berücksichtigung der statistischen Unsicherheiten zu beschreiben, gehen auf eine im Jahr 1926 in Deutschland erschienene Arbeit von Mayer [1], einem in Duis- burg tätigen Beratenden Ingenieur zurück, der im Hinblick auf die Weiterentwicklung des Fachgebietes folgende vielsagende Sätze schrieb:

„Durch die summarische Sicherheit, welche leider für die ‚zulässigen Spannungen‘ im bisherigen Sinne Voraussetzung ist, haben wir uns in eine Sackgasse gebracht und die weitere Entwicklung versperrt“. Mayer führt weiter aus: „Die Wissenschaft erschöpft ihre Aufgabe nicht in dem Auswerten des Feststehenden für die Alltagsarbeit, sie muß das Vorausdenken auch in diesem Sinne besonders wichtig nehmen. Gerade unsere Zeit, die in Kleinlichkeiten und Kurzsichtigkeiten jeder Art verkommt, hätte weitsichtiges Abstecken von Zielen und großzügiges Richtigenken der Entwicklung besonders nötig“.

Mayer schlug übrigens in seiner richtungweisenden Arbeit vor, die stochastischen Unsicherheiten der Eigangsparameter durch eine Gauß'sche Wahrscheinlichkeitsver- teilung zu beschreiben, eine Annahme, die besonders in der später entwickelten Normen- theorie noch lange Verwendung finden sollte.

Diese Arbeit fand jedoch leider – wie das sehr häufig bei Neuentwicklungen der Fall ist – wenig Beachtung und wurde wieder vergessen. Diese Gedanken, d.h. die wahrscheinlichkeitstheoretische Betrachtung der Bemessung von Strukturen bzw. Trag- werken, die den statistischen Eigenschaften der Bemessungsparameter wie Belastungen

und Werkstoffen Rechnung trägt, wurde erst in den vierziger Jahren von *Freudenthal* u.a. [2, 3, 4, 5] wieder aufgenommen und durch spätere Arbeiten erweitert (s. z.B. [6, 7]). Im Rahmen dieser Entwicklungen wurde der Begriff des bisher verwendeten Sicherheitsfaktors mit der Versagenswahrscheinlichkeit der jeweils zu bemessenden Struktur in Verbindung gesetzt (s. Abb. 1). Dieser funktionale Zusammenhang ist für eine Reihe von Wahrscheinlichkeitsverteilungstypen zur Modellierung der Beanspruchung sowie der Beanspruchbarkeit u.a. in [8, 9] dargestellt. Im folgenden Abschnitt wird kurz auf die Problemstellungen der stochastischen Strukturanalyse sowie auf einige Berechnungsverfahren eingegangen.

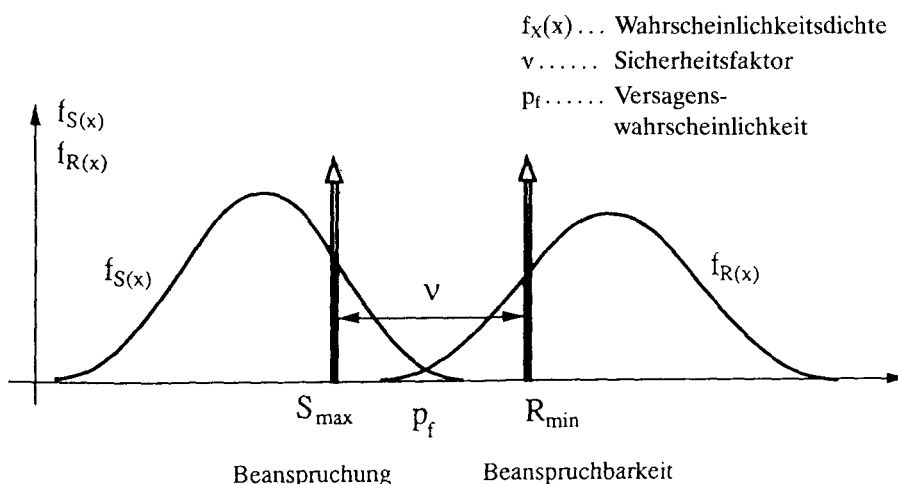


Abb. 1:

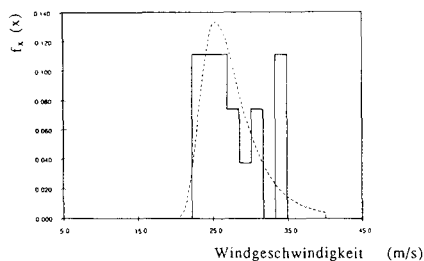
Schematische Darstellung des Zusammenhangs zwischen Sicherheitsfaktor ν und der Versagenswahrscheinlichkeit p_f

3. Berechnungsverfahren

Die Genauigkeit der Ergebnisse der stochastischen Strukturanalyse hängt zu einem großen Teil von der Genauigkeit bzw. der Wirklichkeitsnähe der Modellierung der Parameter in Form von Wahrscheinlichkeitsdichten ab. Entscheidungskriterien dafür sind physikalischer und statistischer Natur. Beispiele der Anpassung von Wahrscheinlichkeitsmodellen an statistisches Datenmaterial von Last- (Wind) und Festigkeitsparametern (Stahl) sind in Abb. 2 gezeigt. Bei Vorliegen des jeweils neuesten Datenmaterials kann die Anpassung in Form von Verteilungstyp und -parameter immer auf den neuesten Stand gebracht werden.

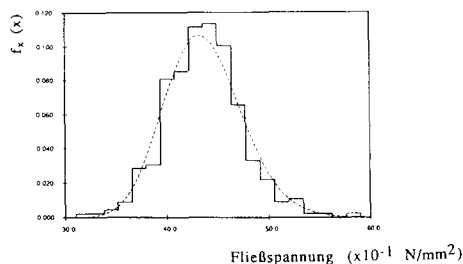
Für zeitabhängige Probleme werden sog. stochastische Prozesse bzw. zeitvariante Wahrscheinlichkeitsmodelle verwendet (s. z.B. [9, 10]). Die Problemstellung der Stochastischen Strukturanalyse und -mechanik bzw. der Vorgangsweisen im Rahmen der Berechnungsverfahren sind in Abb. 3 schematisch dargestellt. Daraus wird klar

Verteilung der jährlich maximalen Windgeschwindigkeit der Meßstelle Hamburg-Fuhlsbüttel, zwischen den Jahren 1951 und 1967.



(a) Lastanalyse

Verteilung der Fließfestigkeit von Stahl ASTM A572.

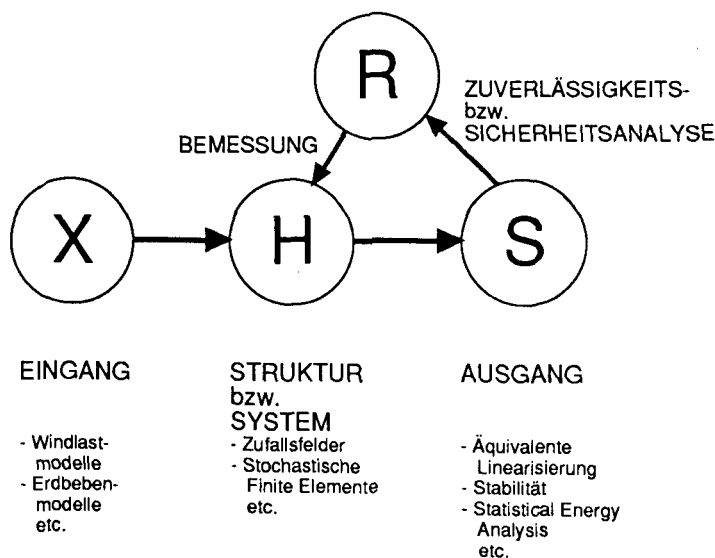


(b) Werkstoffanalyse

Abb. 2:

Modellierung von Parametern in Form von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

BEANSPRUCHBARKEIT



- LASTANALYSE
- STRUKTURANALYSE
- WERKSTOFFANALYSE
- SICHERHEITSANALYSE

Abb. 3:

Schematische Darstellung der Problemstellungen

ersichtlich, daß nach Modellierung der Eingangsparameter die Modellierung der Strukturparameter von großer Wichtigkeit ist. Die Verfahren, die eine Berücksichtigung der räumlichen und zeitlichen stochastischen Eigenschaften der Strukturparameter erlauben, z. B. die Verfahren der Stochastischen Finiten Elemente befinden sich jedoch erst in der Entwicklungsphase. Der Ausgang, d. h. die Reaktion eines Systems unter zufälligen statischen sowie dynamischen Einwirkungen kann mit einer Reihe von Verfahren wie z. B. der äquivalenten Linearisierung, dem Antwortflächenverfahren, etc. berechnet werden (s. z. B. [11]). In diesem Zusammenhang soll darauf hingewiesen werden, daß für stochastische Verfahren der jeweils neueste Entwicklungsstand der mechanischen Modellierung zu berücksichtigen ist. Mit anderen Worten, die Möglichkeit der Berücksichtigung der großen Wirklichkeitsnähe stochastischer Eingangs- bzw. Lastmodelle darf nicht die Vereinfachung, d. h. Wirklichkeitsferne mechanischer Modelle zur Folge haben. Die Bemessungen für ein bestimmtes angestrebtes Zuverlässigkeitsniveau erfolgt entsprechend Abb. 3 im Zyklus zwischen Ausgang (Beanspruchung), Beanspruchbarkeit und Struktur- bzw. Systemanalyse.

Die Berechnung der Zuverlässigkeit bezieht sich jeweils auf eine bestimmte Versagensbedingung, z. B. Teilkollaps, Kollaps, Gebrauchstauglichkeit, etc. Dieses Bemessungs- bzw. Entwurfskriterium von Tragwerken mit zufallsverteilten Systemeigenschaften – die man günstigerweise durch einen Zufallsvektor \mathbf{x} darstellt – kann durch eine sog. Grenzzustandsfunktion $g(\mathbf{x})$ der Zufallsvariablen beschrieben werden, und zwar mit folgender Definition:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}) > 0 & \quad \text{kein Versagen} \\ g(\mathbf{x}) \leq 0 & \quad \text{Versagen.} \end{aligned} \quad (1)$$

Die Zeitabhängigkeit der Tragfähigkeit der Struktur, z. B. hervorgerufen durch Rißfortschritt, Versprödung, Korrosion, etc., kann durch Erweiterung obiger Gleichung berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}, T) > 0 & \quad \text{kein Versagen} \\ g(\mathbf{x}, T) \leq 0 & \quad \text{Versagen,} \end{aligned} \quad (2)$$

worin T den Zeitraum der Beobachtung, z. B. die geplante Nutzungsdauer des Tragwerks darstellt.

Im einfachsten Fall, in dem die Beanspruchung S und die Beanspruchbarkeit R durch jeweils eine Zufallsgröße darstellbar ist, kann die Versagenswahrscheinlichkeit p_f wie folgt definiert werden (s. Abb. 1):

$$\begin{aligned} p_f &= P(R - S \leq 0) \\ p_f &= P(R/S = v \leq 1), \end{aligned} \quad (3)$$

worin $P(\cdot)$ die Wahrscheinlichkeit des Eintretens des in der Klammer definierten Ereignisses und v den Sicherheitsfaktor darstellt. Nach Gl. (1) lautet sodann die Grenzzustandsfunktion

$$g(S, R) = 0. \quad (1a)$$

Diese Formulierung ist, wie Abb. 4 zeigt, für diesen zweidimensionalen Fall recht anschaulich darstellbar. Bei Annahme stochastischer Unabhängigkeit zwischen den Variablen R und S ist die Versagenswahrscheinlichkeit – je nach Verteilungstyp für R und S – relativ einfach durch die analytische oder numerische Auswertung des Integrals [7]:

$$p_f = \int_0^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx \quad (4)$$

zu bestimmen, worin $F_R(x)$ die Summenhäufigkeit von R , und x die Laufvariable darstellen.

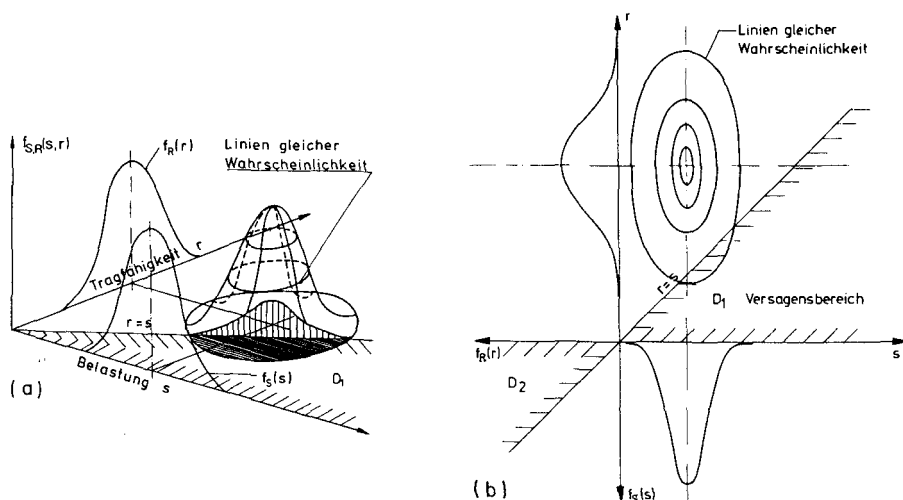


Abb. 4:
Definition der Versagenswahrscheinlichkeit für den zweidimensionalen Fall [9]

Sind mehrere zufallsverteilte Parameter, d.h. n Zufallsvariable beteiligt, so lautet die Gleichung zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit

$$p_f = P(g(\mathbf{x}) \leq 0) = \int_D f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (5)$$

worin D den Versagensbereich (s. Abb. 4) definiert. Es liegt also das Problem der Lösung eines n -dimensionalen Integrals vor, das nur unter ganz besonderen Voraussetzungen auf ein eindimensionales Integral zurückgeführt werden kann (s. z.B. [12]). Methoden zur Lösung von Gl. (5), im Hinblick auf ihre Effizienz, Genauigkeit und Möglichkeiten zur Fehlerabschätzung werden u.a. in [12, 13] diskutiert. Dabei erwies sich, daß die varianzmindernden Verfahren, wie die gewichtete [12] sowie die adap-

tive [14] Simulation, die o.g. Kriterien am besten erfüllen. Im folgenden werden daher auch nur diese Verfahren verwendet, über die übrigens auch bereits eine benutzerfreundliche Software vorliegt [15, 16]. Bezüglich der für die Lösung von Gl. (5) entwickelten Approximationsverfahren erster und zweiter Ordnung (FORM, SORM) wird auf z.B. [17] verwiesen.

Die Zielsetzung der varianzmindernden Simulationsverfahren geht dahin, daß man die Simulation auf jene Bereiche lenkt, von denen die größten Beiträge zur Gesamtversagenswahrscheinlichkeit zu erwarten sind (Forderung von Effizienz). Dies ist in Abb. 5 für einen einfachen Fall schematisch dargestellt.

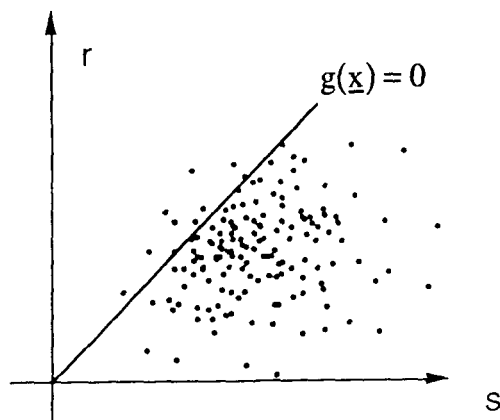


Abb. 5:
Schematische Darstellung der varianzmindernden Simulation (s. Gl. (6))

Die Versagenswahrscheinlichkeit wird sodann wie folgt definiert:

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} I[g(\mathbf{x}) \leq 0] f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (6)$$

worin $I[\cdot]$ ein Indikatorfunktion darstellt. Die numerische Durchführung erfolgt durch

$$p_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(\mathbf{x}_i) \leq 0], \quad (7)$$

worin N die Anzahl der Simulationen bedeutet.

Um nun das Berechnungsverfahren noch effizienter zu gestalten – denn auch bei den varianzmindernden Verfahren muß z.B. bei nichtlinearen Problemen eine große Anzahl von nichtlinearen Strukturberechnungen durchgeführt werden – bedient man sich günstigerweise des sog. Antwortflächenverfahrens, worin die Grenzzustands-

funktion mit einer Funktion – meist einem Polynom 2. Grades – angenähert wird. Mit anderen Worten, man berechnet gezielt einige Punkte auf der Grenzzustandsfunktion und paßt an diese durch Interpolation das o.g. Polynom an. Dies bietet auch die Gelegenheit, den Einfluß der einzelnen zufallsverteilten Eingangsparameter – z.B. Belastungs- und Systemparameter – auf die Tragwerksantwort, in Form einer Sensitivitätsanalyse zu bestimmen. D.h., die Grenzzustandsfunktion $g(\mathbf{x})$ wird durch die Antwortfläche $\bar{g}(\mathbf{x})$ approximiert. Die Genauigkeit dieser Approximation kann im Hinblick auf ihren Einfluß auf die resultierende Versagenswahrscheinlichkeit durch ein entsprechendes Verfahren quantifiziert werden (s. [18]). Da das Verfahren, das auf der Diskretisierung der Last- sowie Systemparameter beruht – besonders für Probleme der Praxis – eine große Anzahl von Zufallsvariablen beinhaltet, ist man bemüht, in bezug auf das Berechnungsverfahren durch einen Vergleich der Größe der jeweils kritischen Werte eine Auswahl der beteiligten Variablen auf diejenigen Größen zu treffen, die einen signifikanten Einfluß auf das Ergebnis haben. Die verbleibenden, d.h. signifikanten Variablen werden sodann durch eine paarweise Kombination in der weiteren Analyse verwendet. Die Antwortfläche wird günstigerweise durch folgenden Ausdruck definiert:

$$\bar{g}(\mathbf{x}) = a + \sum_{i=1}^r b_i x_i + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r c_{ij} x_i x_j, \quad (8)$$

worin a , b und c die durch die Tragwerksanalyse zu bestimmenden Koeffizienten und r die Anzahl der berücksichtigten Variablen bedeuten.

4. Anwendungsbeispiel

Das im vorangegangenen Abschnitt beschriebene Berechnungsverfahren wird nun auf ein (zweidimensionales) 6-stöckiges Rahmentragwerk unter Erdbebenbelastung angewandt (s. auch [19]). In Abb. 6 ist die Struktur schematisch dargestellt. Die Details der strukturmechanischen Berechnung enthält der ANHANG.

Es sei hier nochmals darauf hingewiesen, daß das Verfahren so allgemein gehalten ist, daß die für das Anwendungsbeispiel getroffenen Annahmen keine Einschränkungen der Methode darstellen. D.h. es kann jedes beliebige Stoffgesetz, sowie jede beliebige Lastfunktion – mit so allgemeinen wie evolutionären Prozeßeigenschaften – berücksichtigt werden. Im vorliegenden Anwendungsbeispiel werden z.B. elasto-plastische Eigenschaften des Stahles vorausgesetzt (s. Abb. A1). Darüberhinaus finden auch Effekte 2. Ordnung sowie hysteretische Eigenschaften der Stahlstützen Berücksichtigung.

In bezug auf das Versagenskriterium wird hier die plastische Deformation (unter zyklischer Belastung) als primärer *Schädigungsindikator* betrachtet. Die Akkumulation der plastischen Deformation ist in Abb. 7 dargestellt. Die Einführung anderer Schädigungsparameter, wie z.B. in [20] vorgeschlagen, ist hier prinzipiell jedoch auch möglich.

6 - Stockwerk Rahmen (2 - dim.) unter Erdbenenbelastung

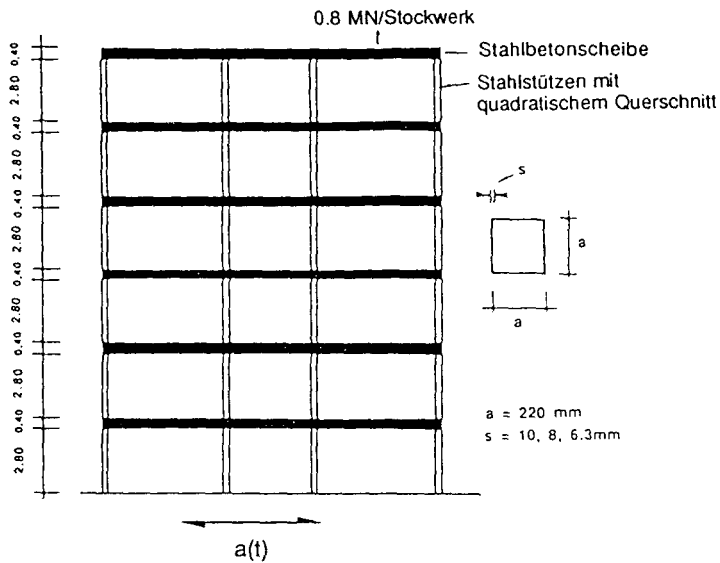


Abb. 6:

Schematische Darstellung des Anwendungsbeispiels [19]

Überschreitung einer kritischen
bleibenden plastischen Verformung $\gamma = \frac{d_{pl}}{u_y}$

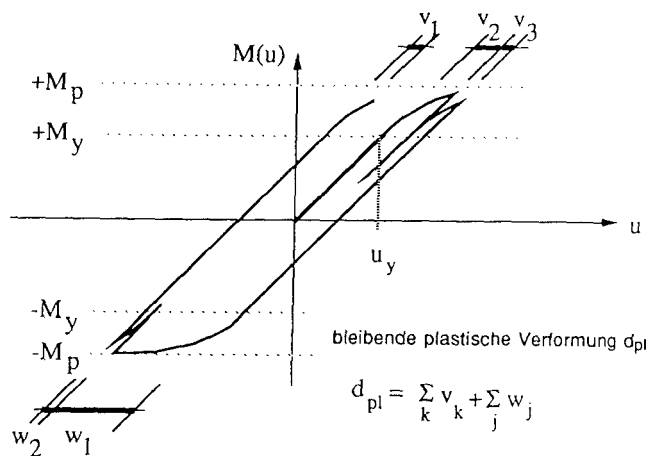


Abb. 7:

Versagenskriterium

Es wird angenommen, daß ein Tragwerkselement wie z. B. die Stütze versagt, wenn die bleibende plastische Verformung ein gewisses, vorgegebenes kritisches Niveau überschreitet. Ähnlich der Definition des Duktilitätsfaktors kann dieses kritische Niveau als das Verhältnis γ zwischen plastischer Verformung d_{pl} und der Verformung beim Beginn des Fließens in einer Faser des betrachteten Querschnittes u_y definiert werden. Für das i -te Stockwerk gilt sodann

$$\gamma_i = \frac{d_{pl,i}}{u_{yi}}. \quad (9)$$

Es wurde bereits erwähnt, daß die numerische Durchführung der Analyse eine Diskretisierung der Lastfunktion erfordert. Wie im ANHANG gezeigt, kann die gewählte Lastfunktion durch 120 Variable y_m $1 \leq m \leq 120$ dargestellt werden. Daraus wurden für jene 60 Variable, die die größte Varianz aufweisen, die jeweils kritischen Werte y_m^* bestimmt, wobei $y = x/\sigma$. Die Grenzzustandsfunktion ist sodann:

$$g(y) = g(0, 0, \dots, y_m^*, 0, 0) = 0. \quad (10)$$

Die kritischen Werte y_m^* werden durch die iterative Integration der nichtlinearen Bewegungsgleichung in Form einer finiten Element-Analyse bestimmt. Für die Bestimmung dieser Punkte auf der Grenzzustandsfunktion $g(y) \approx 0$ können allgemein zur Verfügung stehende Finite-Element-Programmsysteme, wie z. B. FEMAS [21], etc. verwendet werden. Im vorliegenden Fall wurden sie mit dem Programmsystem MOFEP [22] ermittelt.

Eine ähnliche Analyse wurde für 28 paarweise Kombinationen der 8 wichtigsten Variablen zur Bestimmung der Antwortfläche durchgeführt. Definiert man nun das Versagenskriterium mit dem Überschreiten der plastischen Deformation $\gamma_i = 2.0, 3.0$ bzw. 5.0 (dies kann natürlich jeweils durch das Maximum eines der 6 beteiligten Geschosse erfolgen), so erhält man die in Tab. 1 dargestellten Ergebnisse, die auch durch die sehr rechenintensive direkte Simulation bestätigt werden konnten.

Maximum von 6 Stockwerken	Überschreitenswahrscheinlichkeit		
Niveau max γ_i	2.0	3.0	5.0
mit 8 Variablen	$1.7 \cdot 10^{-2}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$	$0.5 \cdot 10^{-4}$
mit 28 Variablen	$0.9 \cdot 10^{-2}$	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$0.4 \cdot 10^{-4}$

Tab. 1:
Numerische Ergebnisse des Anwendungsbeispiels

5. Perspektiven

In den vorangegangenen Abschnitten wurde versucht, zum einen die historische Entwicklung der stochastischen Strukturmechanik sowie ihre Notwendigkeit aufzuzeigen und zum anderen die Zielsetzungen der modernen Entwicklung anzusprechen. Diese geht dahin, die bisher entwickelten mechanischen Modelle der deterministischen

Analyse auch für die erweiterte stochastische Analyse zugänglich zu machen. Dies betrifft vor allem die Verwendung der bisher vorhandenen Software für die Strukturanalyse. Mit der hier vorgestellten Methode der Antwortflächen können diese Forderungen, zumindest zum Großteil, erfüllt werden.

Die Einbeziehung der statistischen Unsicherheiten der in der Tragwerksanalyse verwendeten Parameter stellt eine logische Erweiterung der herkömmlichen deterministischen Verfahren dar. Im weitesten Sinne handelt es sich dabei um ein Problem der Informationsverarbeitung. Trotz immer leistungsfähigerer Computer steht jedoch die Entwicklung höchst effizienter – und dabei genauer – Verfahren im Zentrum des Interesses. Die nun in der EG eingeführte Produkthaftung macht die Bereitstellung von Verfahren zur Quantifizierung der Zuverlässigkeit von Strukturen, Komponenten, etc. immer vordringlicher. Dies betrifft auch die Einbindung von meist sehr kostenintensiven Qualitätssicherungs- und Kontrollmaßnahmen sowie Erhaltungsprogrammen. Im Rahmen des hier aufgezeigten Konzeptes ist es auch möglich, statistische Informationen über die Eingangsparameter aller Art gezielt zu sammeln und zu verwenden.

Schließlich eröffnen die stochastischen Verfahren die Möglichkeit einer zuverlässigkeitsorientierten Kostenoptimierung, d. h. ein möglichst hohes Zuverlässigkeitsniveau bei minimalen Kosten zu erreichen. Mit anderen Worten, mit Hilfe der stochastischen Modelle und Verfahren wird es möglich, „optimale“ Strukturen und Komponenten sozusagen im Computer zu simulieren und so die Kosten der Prototypenherstellung im Maschinen-, Flugzeugbau, etc. stark zu reduzieren. Darüberhinaus stützen sich die neuen, realistischeren Normen wie EUROCODES auf – zwar stark vereinfachte, aber dennoch – stochastische Verfahren ab.

Nicht zuletzt geht die weitere Entwicklung der stochastischen Strukturmechanik – ähnlich wie auf dem Gebiet der Finiten Elemente in den sechziger Jahren – Hand in Hand mit der entsprechenden Softwareerstellung. Der schematische Ablaufplan einer noch in Entwicklung befindlichen Software ist in Abb. 8 dargestellt.

Literatur

- [1] Mayer, M.: „Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen“, J. Springer Verlag, Berlin, 1926.
- [2] Freudenthal, A. M.: „The Safety of Structures“, Transactions, ASCE, Vol. 112, 1947, pp. 125–180.
- [3] Rzhansitsyn, A. R.: „Opredelnie zapasa prochnosti sooruzhenii“, (Determination of the Margin of Safety of Structures). Stroit, promysl. (8), 1947.
- [4] Torroja, E.: „Sur le coefficient de sécurité dans les constructions en béton armé“, Bulle de Réunion des Laboratoires d'Essais et de Recherches sur les Matériaux et les Constructions, No. 1, Paris 1951.
- [5] Pugsley, A. G.: „Concept of Safety in Structural Engineering“, *J. Inst. Civ. Engr.*, Vol. 36, No. 5, 1951.
- [6] Freudenthal, A. M.: „Safety and the Probability of Structural Failure“, Transactions, ASCE, Vol. 121, Proc. Paper 2843, 1956, pp. 1337–1397.

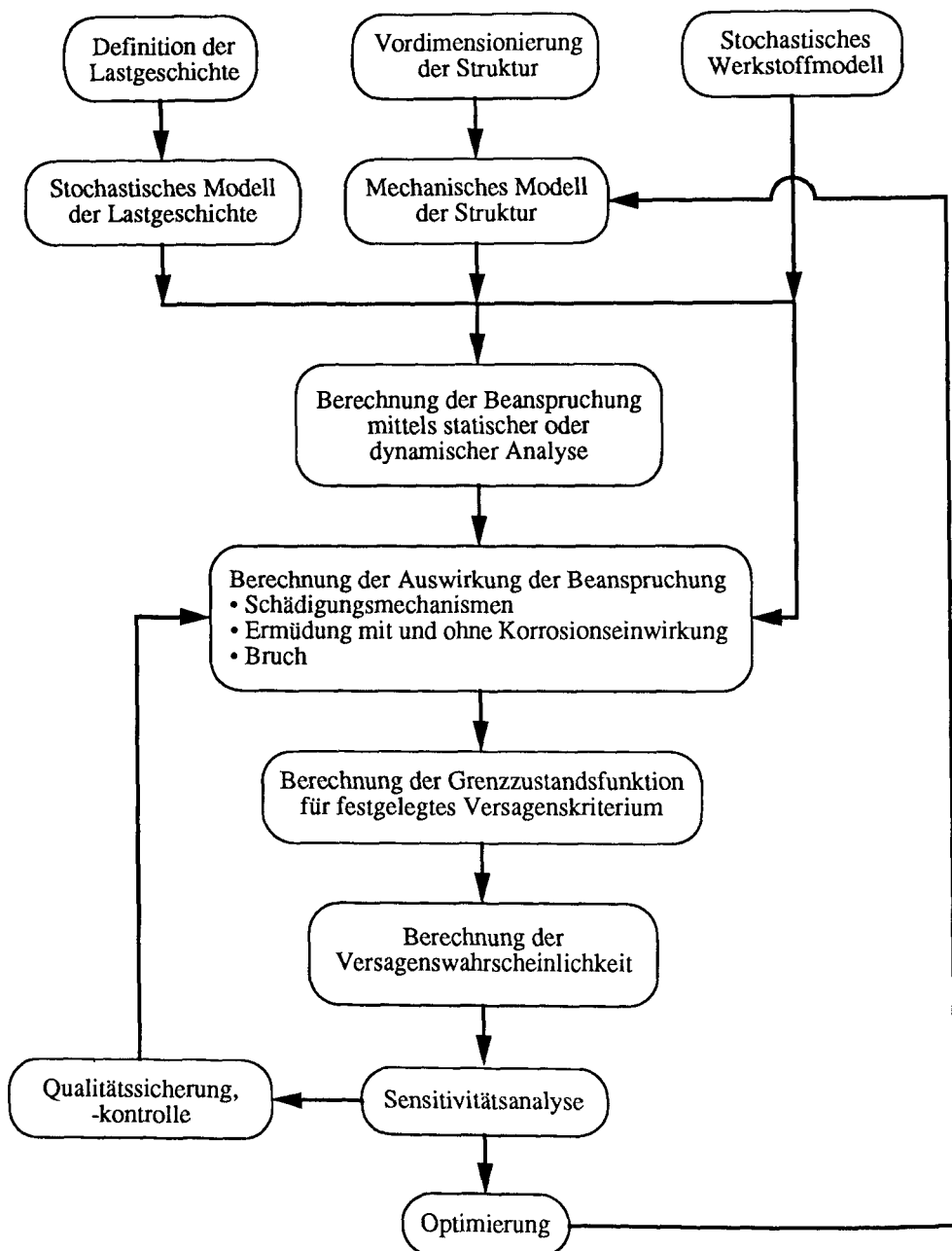


Abb. 8:

COSSAN (Computational Stochastic Structural Ananlysis – Schematischer Ablaufplan
[18, 19, 23, 24]

- [7] Freudenthal, A. M., Garrelts, J. M. and Shinozuka, M.: „The Analysis of Structural Safety“, *J. Struct. Div., Proc. ASCE*, Vol. 92, No. ST 1, Feb., 1966, pp. 267–325.
- [8] Freudenthal, A. M., Schuëller, G. I.: „Risikoanalyse von Ingenieurtragwerken“, Report No. 25/26, *Konstr. Ing.bau Reports* (Hrsg.: W. Zerna), Ruhr-Universität Bochum, pp. 7–95, 1976, Vulkan-Verlag, Essen.
- [9] Schuëller, G. I.: „Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken“. Wilhelm Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1981.
- [10] Bolotin, V. V.: „Wahrscheinlichkeitsmethoden zur Berechnung von Konstruktionen“, Verlag für Bauwesen, Berlin, 1982.
- [11] Schuëller, G. I. (Ed.): „Structural Dynamics – Recent Advances“, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1991.
- [12] Schuëller, G. I., Stix, R.: „A Critical Appraisal of Methods to Determine Failure Probabilities“, *Structural Safety*, 4, 1987, pp. 293–309.
- [13] Schuëller, G. I., Bucher, C. G., Bourgund, U., Ouyornprasert, W.: „On Efficient Computational Schemes to Calculate Structural Failure Probabilities“, *Prob. Engr. Mechanics*, Vol. 4, No. 1, 1989, pp. 10–18.
- [14] Bucher, C. G.: „Adaptive Sampling – An Iterative Fast Monte-Carlo Procedure“, *Structural Safety*, Vol. 5, No. 2, June 1988, pp. 119–126.
- [15] Bourgund, U., Bucher, C. G.: „Importance Sampling Procedures Using Design Points (ISPUD)“, Report No. 8–86, Institut für Mechanik, Universität Innsbruck, Innsbruck, 1986.
- [16] Bucher, C. G., Nienstedt, J., Ouyornprasert, W.: „Adaptive Strategies in ISPUD V 3.0 – A User's Manual“, Report No. 25–89, Institut für Mechanik, Universität Innsbruck, Innsbruck, 1989.
- [17] Madsen, H. O., Krenk, S., Lind, N. C.: „Methods of Structural Safety“, Prentice Hall, Englew. Cl., 1986.
- [18] Bucher, C. G., Pradlwarter, H. J., Schuëller, G. I.: „COSSAN – Ein Beitrag zur Software-Entwicklung für die Zuverlässigkeitsbewertung von Strukturen“, VDI-Bericht Nr. 771, 1989, pp. 271–281.
- [19] Bucher, C. G., Pradlwarter, H. J., Schuëller, G. I.: „Computational Stochastic Structural Analysis (COSSAN)“, *ibid* [11], pp. 301–315.
- [20] Garstka, B., Krätzig, W. B., Meskouris, K., Meyer, I. F., Stangenberg, F.: „Damage Assessment in Cyclically Loaded Reinforced Concrete Columns“, in: *Structural Dynamics*, Krätzig et al. (eds.), Vol. 1, pp. 551–556, 1990. Balkema, Rotterdam.
- [21] Krätzig, W. B. (Hrsg.): „FEMAS 90 Finite Element Moduln Allgemeiner Strukturen“, Benutzerhandbuch, Rel. 2.0, Ruhr-Universität Bochum, 1991.
- [22] Pradlwarter, H. J.: „MOFEP (Modulares Finites Element Programm) – A User's Manual“, Institut für Mechanik, Universität Innsbruck, 1990.
- [23] Schuëller, G. I., Bucher, C. G.: „Computational Stochastic Structural Analysis – A Contribution to the Software Development for the Reliability Assessment of Structures under Dynamic Loading“, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 6, Nos. 3/4, pp. 134–138, 1991.
- [24] COSSAN (Computational Stochastic Structural Analysis), Handbuch, Institut für Mechanik, Universität Innsbruck (in Vorbereitung), 1992.

ANHANG

Zur Strukturanalyse des Anwendungsbeispiels

Strukturdaten. Die entsprechenden Daten des in Abb. 6 dargestellten Anwendungsbeispiels sind in Tab. A1 zusammengestellt.

Stockwerk i	Steifigkeit K_i^*	Massen m_i	Höhe h_i	Normalkraft N_i	Fließmoment M_{yi}	Plast. Moment M_{pi}	Geometrie der Stützen a s	
[—]	[MN/m]	[MN · s ² /m]	[m]	[MN]	[MNm]	[MNm]	[mm]	[mm]
1	24.92	0.0815	2.80	4.80	0.240	0.400	220	10.0
2	25.20	0.0815	2.80	4.00	0.245	0.445	220	10.0
3	21.36	0.0815	2.80	3.20	0.250	0.385	220	8.0
4	21.52	0.0815	2.80	2.40	0.300	0.480	220	8.0
5	17.64	0.0815	2.80	1.60	0.260	0.400	220	6.3
6	17.93	0.0815	2.80	0.08	0.320	0.440	220	6.3

K_i^* : die Steifigkeit enthält den Effekt 2. Ordnung

Tab. A1:
Parameter des Anwendungsbeispiels

Stoffgesetz. Das für das Anwendungsbeispiel angenommene Stoffgesetz des Stahls ist in Abb. A1 schematisch dargestellt.

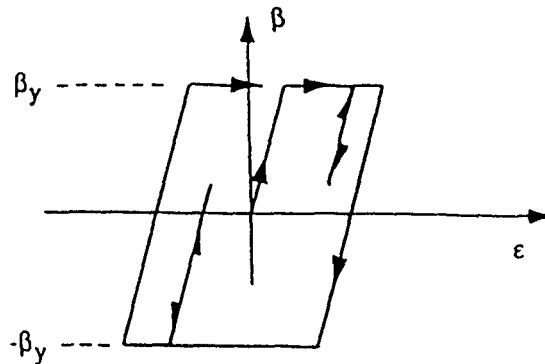


Abb. A1:
Elasto-Plastische Spannungs-Dehnungsbeziehung

Modellbildung und Eigenfrequenz. Ferner wird angenommen, daß die Stahlbetondecken im Verhältnis zu den 4 Stahlstützen sehr viel steifer sind. Folglich können die Deckenkonstruktionen unendlich steif angenommen werden. Zur Einschätzung der dynamischen Eigenschaften der Struktur sind für kleine Auslenkungen, also im anfänglich linearen Bereich, die Eigenfrequenzen in Tab. A2 gelistet.

	ω^2 [rad ² /sec ²]	f [Hz]
1	16.31	0.643
2	127.34	1.796
3	326.73	2.877
4	568.79	3.796
5	794.23	4.485
6	1015.90	5.072

Tab. A2:
Eigenfrequenzen des Anwendungsbeispiels

Momenten-Krümmungsbeziehung. Das hysteretische Verhalten der Stahlstützen ist primär von zwei Parametern abhängig und zwar von M_y und M_p . Die entsprechenden Werte sind in Tab. A1 gelistet, wobei M_y durch das erste Fließen einer Faser in einem bestimmten Querschnitt und M_p das Biegemoment des voll plastifizierten Querschnitts darstellt. Die Werte der Tab. A1 beziehen sich auf die Summe aller vier Stützen.

Die Biegemomente M_i am Stützenkopf ($-M_i$ am Stützenfuß) sind durch folgende Beziehung definiert:

$$\frac{dM_i}{du_i} = \frac{K_i^* h_i + N_i}{2} q_i[M_i, \dot{u}_i], \quad (\text{A1})$$

worin u_i , $1 \leq i \leq 6$ die relativen Verschiebungen zwischen den einzelnen Stockwerken bedeutet; \dot{u} bedeutet die Ableitung nach der Zeit. Die dimensionslose Funktion q_i beschreibt das Verhältnis zwischen der momentanen und der linear elastischen Steifigkeit

$$q_i[M_i, \dot{u}_i] = \begin{cases} 1 & \text{für } \text{sign}(\dot{u}_i) M_i \leq M_{yi} \\ \frac{M_{pi} - \text{sign}(\dot{u}_i) M_i}{M_{pi} - M_{yi}} & \text{für } \text{sign}(\dot{u}_i) M_i > M_{yi} \end{cases} \quad (\text{A2})$$

Die sich aus den Gl. (A1) und (A2) ergebende Momenten-Krümmungsbeziehung ist in Abb. A2 dargestellt.

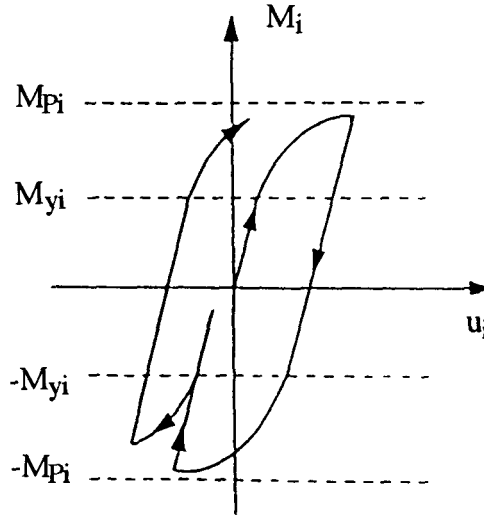


Abb. A2:
Hysteretische Momenten-Verschiebungsbeziehung

Bewegungsgleichung. Für einen bestimmten Zustand zum Zeitpunkt t verursacht eine Verschiebungsänderung $\Delta u_i = u_i(t + \Delta t) - u_i(t)$ eine Änderung im Moment von $M_i(t + \Delta t)$:

$$M_i(t + \Delta t) = M_i(t) + \frac{K_i^* h_i + N_i}{2} \Delta u_i \cdot Q_i(M_i, \Delta u_i), \quad (\text{A3})$$

wobei

$$Q_i(M_i, \Delta u_i) = 1 \text{ für } \text{sign}(\Delta u_i) M_i \leq M_{yi} \quad (\text{A4})$$

und

$$Q_i(M_i, \Delta u_i) = \frac{2(M_{Pi} - |M_i(t)|)}{(K_i^* h_i + N_i) |\Delta u_i|} \cdot [1 - \exp\{-\frac{(K_i^* h_i + N_i) |\Delta u_i|}{2(M_{Pi} - M_{yi})}\}] \quad (\text{A5})$$

für $\text{sign}(\Delta u_i) M_i > M_{yi}$.

Mit diesen Beziehungen ergibt sich die nichtlineare Bewegungsgleichung für den 6-stöckigen Rahmen zu

$$m_i \ddot{d}_i + c_i \dot{d}_i - K_i^* d_{i-1} + (K_i^* + K_{i+1}^*) d_i - K_{i+1}^* d_{i+1} = p_i(t) \quad (\text{A6})$$

mit

$$K_i^* = \frac{48EI_i}{h_i^3} - \frac{N_i}{h_i}, \quad (\text{A7})$$

worin c_i den Dämpfungskoeffizienten und $p_i(t)$ eine Funktion der Momente M_i und M_{i+1} bedeuten:

$$p_i(t) = -K_i^* d_{i-1} + (K_i^* + K_{i+1}) d_i - K_{i+1}^* d_{i+1} - m_i a_g(t) - \frac{2M_i - N_i(d_i - d_{i-1})}{h_i} + \frac{2M_{i+1} - N_{i+1}(d_{i+1} - d_i)}{h_{i+1}}. \quad (\text{A8})$$

Die Momente werden iterativ unter Verwendung der Gln. (A3) bis (A5) sowie

$$u_i = d_i - d_{i-1} \quad (\text{A9})$$

ermittelt. Dafür wurde das implizite schrittweise Newmark'sche Integrationsverfahren mit einer Schrittweite von 0.05 sec verwendet.

Die Bodenbeschleunigung wird durch einen evolutionären Prozeß modelliert und zwar:

$$a(t) = \dot{x}(t) \quad (\text{A10})$$

$$\ddot{x} + 2\xi_f \omega_f \dot{x} + \omega_f^2 x = e(t) w(t), \quad (\text{A11})$$

worin ξ_f und ω_f die Bodeneigenschaften charakterisieren, ferner $e(t)$ eine deterministische Modulationsfunktion und $w(t)$ das weiße Rauschen mit der Autokorrelationsfunktion $R_{ww}(\tau) = \delta(\tau)$ bedeuten. Als Zahlenwerte wurden $\omega_f = 10$ rad/s, $\xi_f = 0.1$ sowie eine Modulationsfunktion $e(t) = 1.0 [\exp(-0.25t) - \exp(0.5)]$ gewählt.

Lastmodellierung. Der kontinuierliche Lastprozeß $a(t)$ wird durch diskrete Werte a_k , $k = 1, \dots, N$ beschrieben. Im gegebenen Fall ist die Grundschwingungsperiode (s. Tab. A2) 1.556s, folglich genügt eine Schrittweite $\Delta t = 0.0625$ sec. für die Diskretisierung. Nimmt man nun z.B. eine Bebedauer von 7.5 sec. an, so kann die Bodenbeschleunigung durch 120 Variable y_m , $1 \leq m \leq 120$ beschrieben werden.

Für eine gegebene Kovarianzfunktion

$$R_a(t, s) = E[a(t)a(s)] \quad (\text{A12})$$

eines kontinuierlichen Prozesses (mit Mittelwert = 0) ist die Kovarianzmatrix des diskutierten Prozesses definiert durch

$$C_{km} = E[a_k a_m] = E[a(t_k) a(t_m)]. \quad (\text{A13})$$

Folglich ist der Lastprozeß durch N korrelierte Zufallsvariabel a_k definiert.

Bezugnehmend auf den weiteren Rechengang ist es von Vorteil, wenn man die Matrix **C** diagonalisiert:

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \text{diag}(\lambda_m), \quad (\text{A14})$$

worin Φ die orthogonale Transformationsmatrix (Eigenvektoren von **C**) bedeutet. Bezeichnet man nun

$$\mathbf{a} = \Phi \mathbf{y}, \quad (\text{A15})$$

so kann der diskrete Lastprozeß a_k durch eine Linearkombination nichtkorrelierter Variablen y_m mit der jeweiligen Varianz λ_m dargestellt werden. In realistischen Fällen weisen die Werte λ_m eine stark fallende Tendenz auf. Mit anderen Worten, im allgemeinen genügen bedeutend weniger als N Variable, um den Prozeß $a(t)$ genügend genau zu beschreiben.